

# Über ein Verfahren zur gleichzeitigen Bestimmung von Elektronenkonzentration und Elektronenstoßzahl in einem homogenen isotropen oder in einem langsam veränderlichen Plasma

W. MUSCHLER

Max-Planck-Institut für Aeronomie, Abteilung Weltraumphysik, Lindau/Harz

(Z. Naturforsch. 25 a, 106—114 [1970]; eingegangen am 2. August 1969)

A method is described, which allows determination of the complex refractive index of a plasma by separate measurement of the  $E$ - and  $H$ -component of an electromagnetic wave. By means of the complex refractive index simultaneously electron concentration and electron collision frequency of the medium can be stated.

The measuring frequency depends upon absorption, precision requirements, and — for a locally varying medium — upon the availability range of theory used.

General considerations are applied to a plasma model (terrestrial ionosphere without magnetic field): Simultaneous measurement of electron concentration and electron collision frequency should be well possible within a height range corresponding to the terrestrial D-region. In higher regions determination of the (decreasing) electron collision frequency becomes more and more difficult, whereas possibilities for determination of the (increasing) electron concentration seem to improve.

The influence of reflected waves is considered in a following paper <sup>4</sup>.

## I. Allgemeine Betrachtungen zum Verfahren

### 1.1. Grundprinzip des Meßverfahrens: Bestimmung des komplexen Brechungsindex

Das Verfahren geht von der Bestimmung des komplexen Brechungsindex aus („KB-Verfahren“), der darzustellen ist durch

$$n = \mu - i\chi = |n| e^{-i\varphi}. \quad (1.1)$$

$n$  wird also durch die Messung zweier Größen erhalten, entweder aus  $\mu$  und  $\chi$  oder aus  $|n|$  und  $\varphi$ .

Als weitere Grundgleichung des Verfahrens ist die Beziehung

$$E/H = Z_0/n \quad (1.2)$$

( $Z_0$  = Wellenwiderstand des Vakuums)

anzusehen, die den Zusammenhang zwischen den Feldstärkewerten der beiden Komponenten einer elektromagnetischen Welle und dem Brechungsindex des durchlaufenen Mediums vermittelt („Feldstärkengleichung“). Sie gilt exakt für das homogene isotrope Medium und in guter Näherung für das „langsam veränderliche“ Medium (vgl. Abschn. 1.2).

Aus (1.2) ergibt sich

$$n = HZ_0/E = |HZ_0/E| e^{i\alpha}, \quad (1.3)$$

$$\text{mit } \alpha = \text{arc } HZ_0 - \text{arc } E. \quad (1.4)$$

Ein Vergleich von (1.1) und (1.3) liefert

$$|n| = |HZ_0/E| = |HZ_0| / |E| \quad (1.5)$$

$$\text{und } \varphi = -\alpha = \text{arc } E - \text{arc } HZ_0. \quad (1.6)$$

Damit ist das Grundprinzip des Verfahrens zur Bestimmung des komplexen Brechungsindex eines Plasmas umrissen: Man messe das Amplitudenverhältnis und den Phasenunterschied beider Komponenten einer das Plasma durchlaufenden elektromagnetischen Welle (Abb. 1).

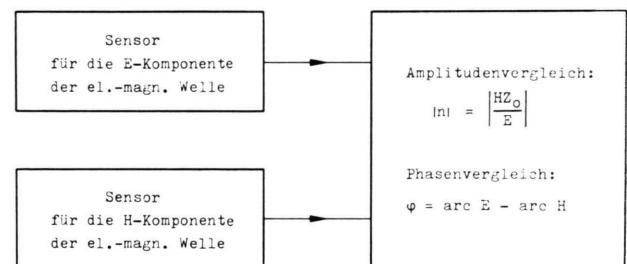


Abb. 1. Prinzip der Meßanordnung zur Bestimmung des komplexen Brechungsindex eines Plasmas.

Als Sensor für die  $E$ -Komponente kommt beispielsweise der Hertzsche Dipol (kurz gegen die Wellenlänge), für die  $H$ -Komponente die Schleifenantenne in Betracht. Je nach Frequenzbereich würde man Abwandlungen davon benutzen.

Die späteren Betrachtungen zur Anwendung des Verfahrens (Kap. II) beziehen sich auf ein Ionosphärenplasma. Bei einem solchen Experiment be-

Sonderdruckanforderungen an Dr. W. MUSCHLER, Max-Planck-Institut für Aeronomie, Institut für Ionosphärenphysik, Abteilung Weltraumphysik, D-3411 Lindau (Harz), Postfach 70.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

fänden sich die Sensoren und ihre nachgeschalteten Stufen an Bord einer Rakete. Die zur Messung dienende Welle würde von einem Bodensender abgestrahlt.

### 1.2. Die Feldstärkengleichung $HZ_0 = n E$ im homogenen isotropen bzw. im langsam veränderlichen Medium

Für ein homogenes isotropes Medium führt die Lösung der Wellengleichung unmittelbar zu dem Resultat

$$U = U_0 e^{i\omega t \mp ikz}, \quad \text{mit } U = E_x \text{ oder } H_y. \quad (1.7)$$

Durch Einsetzen in die Maxwellschen Gleichungen und einfache Umrechnung gewinnt man den gesuchten Zusammenhang, nämlich

$$H_y Z_0 = \pm n E_x. \quad (1.8)$$

(Die Vorzeichen gelten für die in die positive bzw. negative  $z$ -Richtung laufende Welle.)

In einem veränderlichen Medium ist die Lösung der Wellengleichung wegen der angenommenen  $z$ -Abhängigkeit von  $n$  nur noch näherungsweise möglich. Die besten Näherungen werden nach den sogen. WKB-Lösungen erhalten<sup>1</sup>:

$$E_x \approx \frac{A}{\sqrt{n}} \exp\{i\omega t \mp i k \int n dz\}, \quad (1.9)$$

$$H_y Z_0 \approx \pm A \sqrt{n} \exp\{i\omega t \mp i k \int n dz\}$$

$$-i \frac{A}{2k} \cdot \frac{1}{\sqrt{n^3}} \cdot \frac{dn}{dz} \exp\{i\omega t \mp i k \int n dz\}. \quad (1.10)$$

Der zweite Term im Ausdruck für  $H_y Z_0$  ist bei nicht zu kleinem  $n$  und bei nur schwachen Änderungen von  $n$  vernachlässigbar. Er kann als Kriterium für das langsam veränderliche Medium aufgefaßt werden<sup>2</sup>. Liegt ein solches vor, so folgt aus (1.9) und (1.10) wiederum (1.8).

Ein strengeres Kriterium für die Gültigkeit der WKB-Lösungen lautet<sup>1</sup>:

$$B_{\text{WKB}} \equiv \frac{1}{k^2} \left| \frac{3}{4} \left( \frac{1}{n^2} \cdot \frac{dn}{dz} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{n^3} \cdot \frac{d^2 n}{dz^2} \right| \ll 1. \quad (1.11)$$

Es wird im Abschnitt 2.5 zur Anwendung kommen.

Zur Illustration der Feldstärkengleichung diene die Abb. 2.

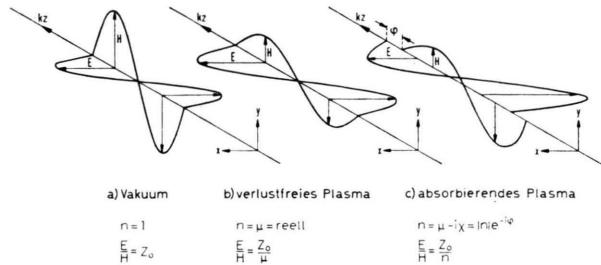


Abb. 2. Die elektromagnetische Welle in verschiedenen Medien.

### 1.3. Bestimmung der Elektronenkonzentration $N_e$ und der Elektronenstoßzahl $\nu$ aus dem komplexen Brechungsindex $n$

Für ein Plasma, das von Kraftwirkungen magnetischer Felder frei sein soll, gilt nach der vereinfachten Appleton-Hartree-Formel<sup>3</sup> der Zusammenhang

$$n^2 = 1 - \frac{X}{1 - iZ}, \quad (1.12)$$

$$\text{wobei } X = \left( \frac{\omega_N}{\omega} \right)^2 = \frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{N_e e^2}{\epsilon_0 m}$$

$$\text{und } Z = \nu/\omega$$

( $\omega_N$  = Plasmafrequenz,  $\omega$  = Meßfrequenz,  $e$  = Elementarladung,  $\epsilon_0$  = Dielektrizitätskonstante des Vakuums,  $m$  = Masse des Elektrons).

Durch Trennen von Real- und Imaginärteil in den Gln. (1.1) und (1.12) lassen sich über die Gleichungen

$$\mu^2 - \chi^2 = 1 - \frac{X}{1 + Z^2} = |n|^2 \cos 2\varphi \quad (1.13)$$

$$\text{und } 2\mu\chi = \frac{XZ}{1 + Z^2} = |n|^2 \sin 2\varphi \quad (1.14)$$

Beziehungen für  $X = X(|n|, \varphi)$  und  $Z = Z(|n|, \varphi)$  gewinnen. Diese lauten:

$$X = 2 + \frac{|n|^4 - 1}{1 - |n|^2 \cos 2\varphi}, \quad (1.15)$$

$$Z = \frac{|n|^2 \sin 2\varphi}{1 - |n|^2 \cos 2\varphi}. \quad (1.16)$$

Damit ist sowohl  $N_e$  wie  $\nu$  durch die Bestimmungselemente  $|n|$  und  $\varphi$  des komplexen Brechungsindex  $n$  ausgedrückt.

<sup>2</sup> In 1 [Gl. (9.27)] ist der zweite Term noch mit einem Faktor  $(-i A/k)$  zu versehen.

<sup>3</sup> Siehe Anm. 1, S. 40.

<sup>1</sup> K. G. BUDDEN, Radio Waves in the Ionosphere, Cambridge University Press, Cambridge 1966, S. 133.

## Sonderfälle:

Für  $Z \ll 1$  ergibt sich aus (1.13) und (1.14)

$$X = 1 - |n|^2 \cos 2\varphi, \quad (1.17)$$

$Z$  bleibt unverändert.

Für  $Z=0$  folgt der triviale Zusammenhang

$$X = 1 - |n|^2 = 1 - \mu^2. \quad (1.18)$$

In diesem Fall kann das beschriebene Verfahren allein über eine Messung von  $\mu = HZ_0/E$  zur Bestimmung der Elektronenkonzentration dienen. Bei einem reellen Brechungsindex wird die  $\varphi$ -Bestimmung gegenstandslos.

*1.4. Die Genauigkeit des Verfahrens bei gegebenen Fehlern von  $H$ ,  $E$  und  $\alpha$*

*1.4.1. Der Fehler von  $n$ , d. h. von  $|n|$  und  $\varphi$*

Der Fehler der Bestimmungselemente von  $n$  ergibt sich wegen

$$|n| = |HZ_0/E| \quad \text{und} \quad \varphi = -\alpha$$

in einfacher Weise zu

$$\Delta|n|/|n| = \pm \sqrt{(\Delta HZ_0/HZ_0)^2 + (\Delta E/E)^2} \quad (1.19)$$

$$\text{und} \quad \Delta\varphi = \pm \Delta\alpha. \quad (1.20)$$

*1.4.2. Der Fehler von  $N_e$  und  $\nu$*

Da bei fester Meßfrequenz  $N_e$  prop.  $X$  und  $\nu$  prop.  $Z$ , so gilt

$$\Delta N_e/N_e = \Delta X/X \quad \text{bzw.} \quad \Delta\nu/\nu = \Delta Z/Z.$$

Die Fehler  $\Delta X$  und  $\Delta Z$  berechnen sich nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz zu

$$\Delta X = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial |n|} \Delta |n|\right)^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial \varphi} \Delta \varphi\right)^2} \quad (1.21)$$

$$\text{und} \quad \Delta Z = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial Z}{\partial |n|} \Delta |n|\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial \varphi} \Delta \varphi\right)^2}. \quad (1.22)$$

Die vier partiellen Ableitungen berechnen sich zu

$$\frac{\partial X}{\partial |n|} = \frac{4|n|^3 - 2(|n|^5 + |n|) \cos 2\varphi}{(1 - |n|^2 \cos 2\varphi)^2}, \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial X}{\partial \varphi} = \frac{2|n|^2(1 - |n|^4) \sin 2\varphi}{(1 - |n|^2 \cos 2\varphi)^2}, \quad (1.24)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial |n|} = \frac{2|n| \sin 2\varphi}{(1 - |n|^2 \cos 2\varphi)^2}, \quad (1.25)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \varphi} = \frac{2|n|^2(\cos 2\varphi - |n|^2)}{(1 - |n|^2 \cos 2\varphi)^2}. \quad (1.26)$$

Sie sind Funktionen von  $|n|$  und  $\varphi$ . Beide Veränderlichen sind aber nicht unabhängig voneinander. Sie

haben gemeinsame Parameter, nämlich die Frequenz  $f$  und – im veränderlichen Plasma – den Ort  $z$ . Eine allgemeine Diskussion dieser Funktionen ist daher weniger aufschlußreich.

## Sonderfälle:

Für  $Z \ll 1$  ergibt sich

$$\frac{\partial X}{\partial |n|} = -2|n| \cos 2\varphi \quad (1.27)$$

$$\text{und} \quad \frac{\partial X}{\partial \varphi} = 2|n|^2 \sin 2\varphi. \quad (1.28)$$

Die Ableitungen von  $Z$  bleiben unverändert.

Für  $Z=0$  gilt

$$\frac{\partial X}{\partial \mu} = -2\mu. \quad (1.29)$$

In allen betrachteten Fällen verschwinden die Ableitungen für  $n=0$ .

Nach der Appleton-Hartree-Formel (1.12) treten kleine  $n$ -Werte für  $X \approx 1$  und  $Z \ll 1$  auf. Bei kleinem  $Z$  ist daher beste Meßgenauigkeit für solche Frequenzen zu erwarten, die der Plasmafrequenz nahe kommen. Bei einem veränderlichen Medium ist jedoch darauf zu achten, daß der Gültigkeitsbereich der WKB-Lösungen bei der Annäherung  $X \rightarrow 1$  nicht überschritten wird (vgl. Abschn. 2.5). In diesem Fall wäre der  $|n|$ - und  $\varphi$ -Berechnung die Grundlage entzogen.

Über die eventuelle Störanfälligkeit und Anwendbarkeit des KB-Verfahrens beim Auftreten reflektierter Wellen wird in einer getrennten Arbeit berichtet<sup>4</sup>.

*1.5. Die Dämpfung im Plasma*

Ein Plasma mit komplexem Brechungsindex hat die Eigenschaft, eine elektromagnetische Welle zu dämpfen. Diese Eigenschaft soll im folgenden genauer betrachtet werden.

*1.5.1. Homogenes Plasma, ebene Welle*

Für die in  $z$ -Richtung laufende Welle gilt

$$E = E_0 e^{i\omega t - iknz} = E_0 e^{i\omega t - ik\mu z} \cdot e^{-k\gamma z} = \tilde{E}(z) e^{i\omega t - ik\mu z}. \quad (1.30)$$

Mit der Definition

$$D = 20 \log \frac{\tilde{E}(0)}{\tilde{E}(z)} [\text{dB}] \quad (1.31)$$

<sup>4</sup> W. MUSCHLER, Z. Naturforsch. **25 a** [1970].

ergibt sich nach Durchlaufen des Weges  $z$  im Plasma:

$$D = 8,69 \cdot k \chi z \quad [\text{dB}]. \quad (1.32)$$

Das gleiche Resultat ergibt sich für die  $H$ -Komponente.

### 1.5.2. Inhomogenes Plasma, ebene Welle

Unter Benutzung der WKB-Lösungen gilt:

$$\begin{aligned} E &\approx \frac{A}{\sqrt{n}} \exp\{i \omega t - i k \int n dz\} \\ &= \frac{A}{\sqrt{n}} \exp\{i \omega t - i k \int \mu dz\} \exp\{-k \int \chi dz\} \\ &= \frac{A}{\sqrt{|n|}} \exp\{i \omega t - i k \int \mu dz \\ &\quad + i \varphi/2\} \exp\{-k \int \chi dz\}, \end{aligned} \quad (1.33)$$

$$\begin{aligned} HZ_0 &\approx A \sqrt{n} \exp\{i \omega t - i k \int n dz\} \\ &= A \sqrt{n} \exp\{i \omega t - i k \int \mu dz\} \exp\{-k \int \chi dz\} \\ &= A \sqrt{|n|} \exp\{i \omega t - i k \int n dz \\ &\quad - i \varphi/2\} \exp\{-k \int \chi dz\}. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Für die Maximalamplituden gilt weiter:

$$\tilde{E}(z) = \frac{A}{\sqrt{|n|}} \exp\{-k \int \chi dz\} \quad (1.35)$$

$$\text{bzw. } \tilde{H}(z) Z_0 = A \sqrt{|n|} \exp\{-k \int \chi dz\} = \tilde{E}(z) |n|. \quad (1.36)$$

Damit ergibt sich:

$$\begin{aligned} D_E &= 20 \log \frac{A}{\tilde{E}(z)} = 8,69 k \int \chi(z) dz \\ &\quad + 10 \log |n| \quad [\text{dB}], \end{aligned} \quad (1.37)$$

$$\begin{aligned} D_H &= 20 \log \frac{A}{\tilde{H}(z) Z_0} = 8,69 k \int \chi(z) dz \\ &\quad - 10 \log |n| \quad [\text{dB}]. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Auf ein beiläufiges Resultat aus (1.33) und (1.34) sei hingewiesen:

Mit dem Komplexwerden des Brechungsindex  $n$  verschieben sich die beiden Komponenten einer elektromagnetischen Welle gleichmäßig in entgegengesetzte Richtung: Gegenüber dem Fall  $n = \mu$  läuft die  $E$ -Komponente um  $\varphi/2$  voraus und die  $H$ -Komponente um  $\varphi/2$  nach.

## II. Anwendung des KB-Verfahrens auf ein Ionosphärenmodell

Im folgenden Abschnitt werden die bisherigen Beobachtungen auf ein Ionosphärenmodell angewendet. Diesem sind die Verhältnisse der irdischen Ionosphäre zugrunde gelegt. Das Magnetfeld der Erde ist jedoch nicht berücksichtigt.

### 2.1. Beschreibung des Ionosphärenmodells

Mit Hilfe des KB-Verfahrens soll auf Elektronenkonzentration und Elektronenstoßzahl geschlossen werden. Es wird von einer bekannten Höhenverteilung dieser Charakteristika eines Plasmas ausgegangen, damit daran die Möglichkeiten und Grenzen des Verfahrens überprüft werden können.

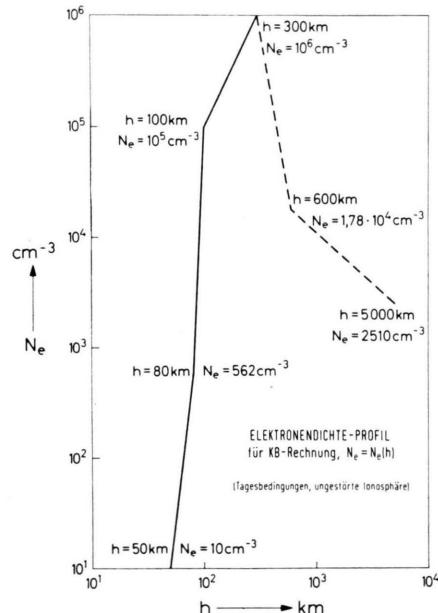


Abb. 3. Anwendung des KB-Verfahrens auf Ionosphärenbedingungen: Darstellung der benutzten Elektronenkonzentration als Funktion der Höhe.

Für die Höhenverteilung der Elektronenkonzentration (Abb. 3) wird ein verbreitet in Erscheinung tretendes Tagesprofil einer ungestörten Ionosphäre herangezogen <sup>4a, 4b</sup>.

Die Höhenverteilung der Elektronenstoßzahl (Abb. 4) ist nach Messungen zahlreicher Autoren orientiert <sup>5, 6</sup>. Erst für den weniger in Frage kommenden Höhenbereich über 100 km besteht größere Unsicherheit.

<sup>4a</sup> K. DAVIES, Ionospheric Radio Propagation, Dover Publications, New York 1966, S. 2.

<sup>4b</sup> J. S. BELROSE, I. A. BOURNE u. L. W. HEWITT, Ground-based Radio Wave Propagation Studies of the Lower Ionosphere (Conference Proceedings 1966), DRTE, Ottawa 1967, Vol. 1, S. 91.

<sup>5</sup> J. FRIHAGEN, Electron Density Profiles in Ionosphere and Exosphere, North-Holland Publishing Company, Amsterdam 1966, S. 40, 78, 79, 83, 104.

<sup>6</sup> J. E. SALAH u. S. A. BOWHILL, Collision Frequencies and Electron Temperatures in the Lower Ionosphere, Aeronomy Report No. 14, University of Illinois, Urbana, 1966, S. 64, 90.

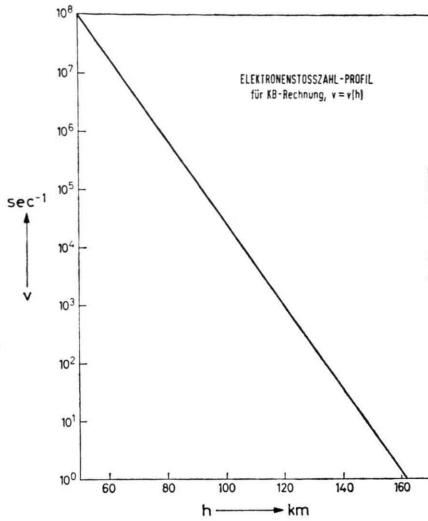


Abb. 4. Anwendung des KB-Verfahrens auf Ionosphärenbedingungen: Darstellung der benutzten Elektronenstoßzahl als Funktion der Höhe.

### 2.2. Bestimmung der Höhen- und Frequenzabhängigkeit des komplexen Brechungsindex

Zur Ermittlung von  $n = n(h, f)$ , d. h. von  $|n| = |n|(h, f)$  und  $\varphi = \varphi(h, f)$ , geht man aus von den Profilen  $N_e = N_e(h)$  und  $v = v(h)$ . Über  $X = X(N_e, f)$  und  $Z = Z(v, f)$  gelangt man zu  $X = X(h, f)$  und  $Z = Z(h, f)$ . Mit Hilfe der Gln. (1.1) und (1.12) gewinnt man  $\mu = \mu(h, f)$  und  $\chi = \chi(h, f)$ . Durch Übergang von kartesischen zu Polarkoordinaten ergeben sich die beiden gesuchten Funktionen. Sie sind in Abb. 5 und Abb. 6 veranschaulicht.

### 2.3. Anwendung der Genauigkeitsbetrachtungen

Nach den Beziehungen des Abschnittes 1.4 lassen sich zu allen Wertepaaren  $|n|(h, f)$  und  $\varphi(h, f)$  die Fehlerwerte  $\Delta X$  und  $\Delta Z$  ermitteln. In Abb. 7 und Abb. 8 sind die relativen Fehler  $\Delta X/X = F_1(h, f)$  und  $\Delta Z/Z = F_2(h, f)$  dargestellt.

### 2.4. Bestimmung der Dämpfungswerte

Berechnet man gemäß (1.37) und (1.38) die Dämpfungswerte  $D_E$  und  $D_H$  in Abhängigkeit von Höhe und Frequenz, so erhält man Abb. 9 und Abb. 10. Im gewählten Darstellungsbereich ist die Dämpfung der magnetischen Komponente der Welle im allgemeinen größer als die der elektrischen, da dort meistenteils  $|n| < 1$ . Die Kurvendarstellung endet jeweils an der WKB-Grenze (vgl. Abschn. 2.5 und Abschn. 2.6).

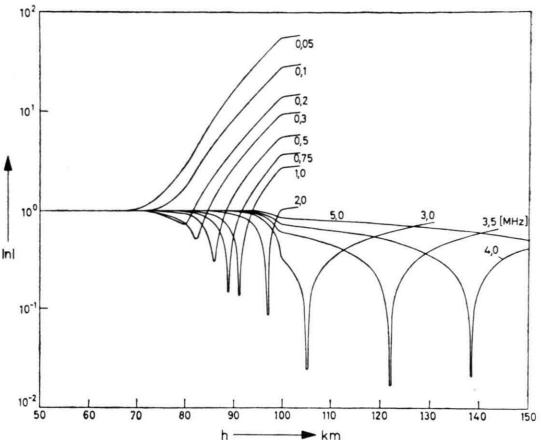


Abb. 5. Darstellung des Betrages des komplexen Brechungsindex als Funktion der Höhe der Meßfrequenz.

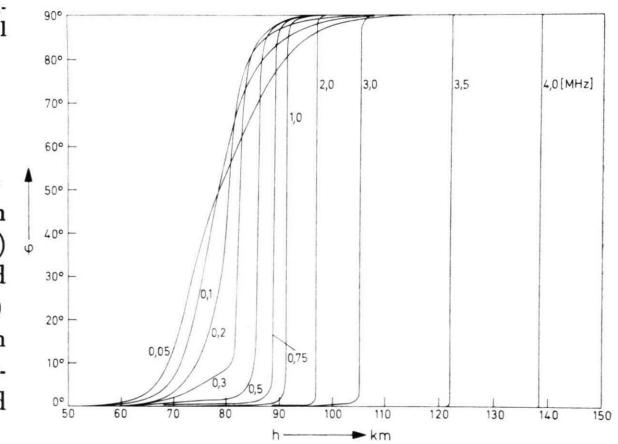


Abb. 6. Darstellung des Argumentes des komplexen Brechungsindex als Funktion der Höhe und der Meßfrequenz.

### 2.5. Der Gültigkeitsbereich der benutzten WKB-Lösungen

Zur Untersuchung der Gültigkeit der WKB-Lösungen wird das Kriterium (1.11) herangezogen. Seine Berechnung in Abhängigkeit von Höhe und Frequenz führt zur Abb. 11.

Bei niedrigen Frequenzen wird die Bedingung  $B_{WKB} \ll 1$  in allen Höhen eingehalten. Für höhere Frequenzen ist sie in schmalen Höhenbereichen von der Größenordnung einer Vakuumwellenlänge nicht mehr erfüllt. In diesen Bereichen ereignet sich die Reflexion der Welle. Die WKB-Lösungen dürfen somit nicht auf Zonen angewendet werden, die das Ursprungsgebiet reflektierter Wellen darstellen.

Abb. 7. Darstellung des relativen Fehlers der Elektronenkonzentration als Funktion der Höhe und der Meßfrequenz.

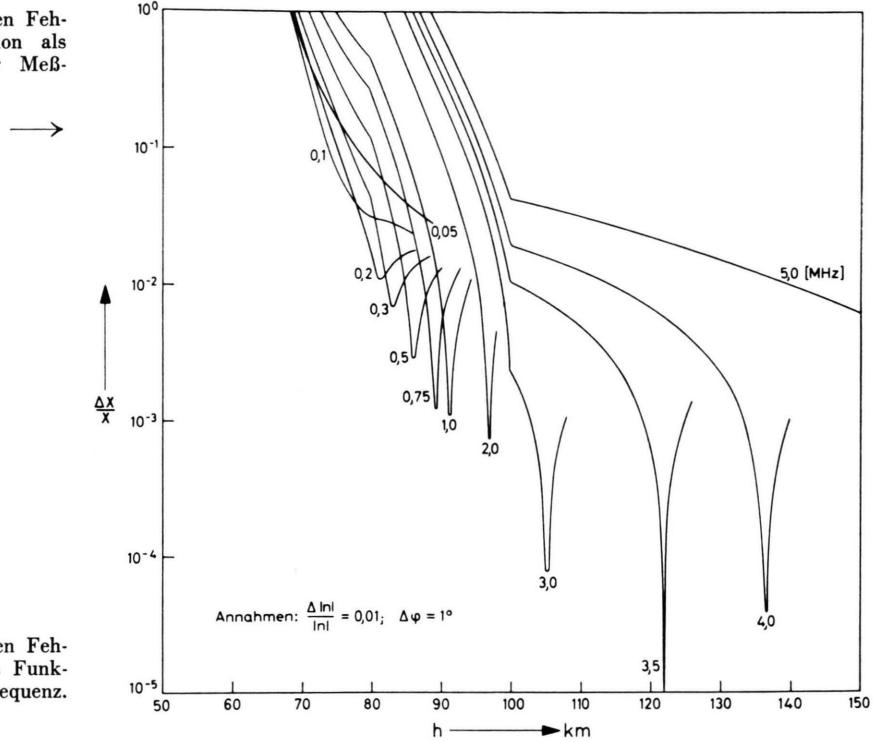
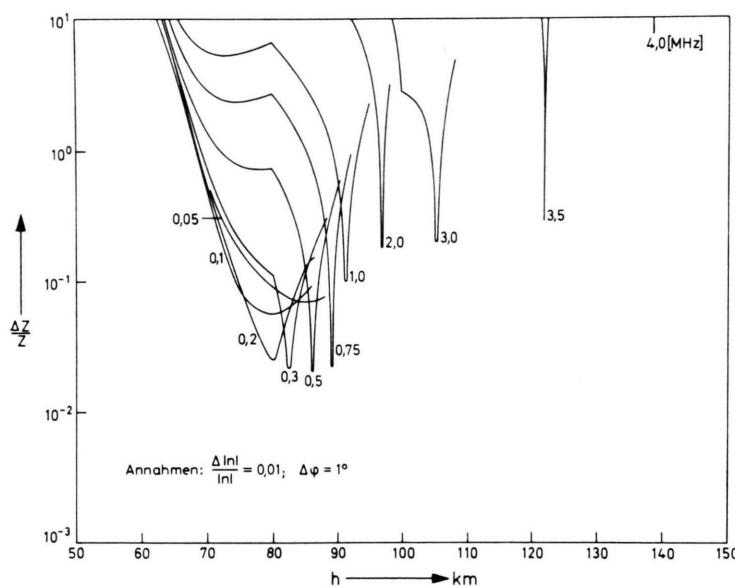


Abb. 8. Darstellung des relativen Fehlers der Elektronenstoßzahl als Funktion der Höhe und der Meßfrequenz.



## 2.6. Eingrenzung des Anwendungsgebietes des KB-Verfahrens

Aus den Abb. 7 bis 11 lassen sich die Abb. 12 und 13 gewinnen. Aus ihnen läßt sich der Höhen-

bereich entnehmen, innerhalb dessen das KB-Verfahren bei einer bestimmten Frequenz sinnvoll eingesetzt werden kann.

Die untere Höhengrenze ist durch die *Genauigkeitsanforderungen* an die  $N_e$ - bzw.  $\nu$ -Bestimmung gegeben. Die obere Grenze wird einmal durch die *Dämpfung* bestimmt. Eingetragen ist eine Dämpfungsgrenze mit  $D_H = 60$  dB. Bei höheren Frequenzen tritt an ihre Stelle die *Gültigkeitsgrenze der WKB-Lösungen*. Die eingetragene WKB-Grenze entspricht den Werten  $B_{WKB} = 0,1$ .

Beim Vergleich von Abb. 12 und Abb. 13 läßt sich folgendes erkennen:

Eine gleichzeitige Bestimmung von  $N_e$  und  $\nu$  sollte im Bereich 70...90 km (D-Region) gut möglich sein, sofern mehrere Frequenzen im Bereich 0,1 bis 1,0 MHz verwendet werden oder eine automatische Nachstimmung des Bodensenders vorgenommen

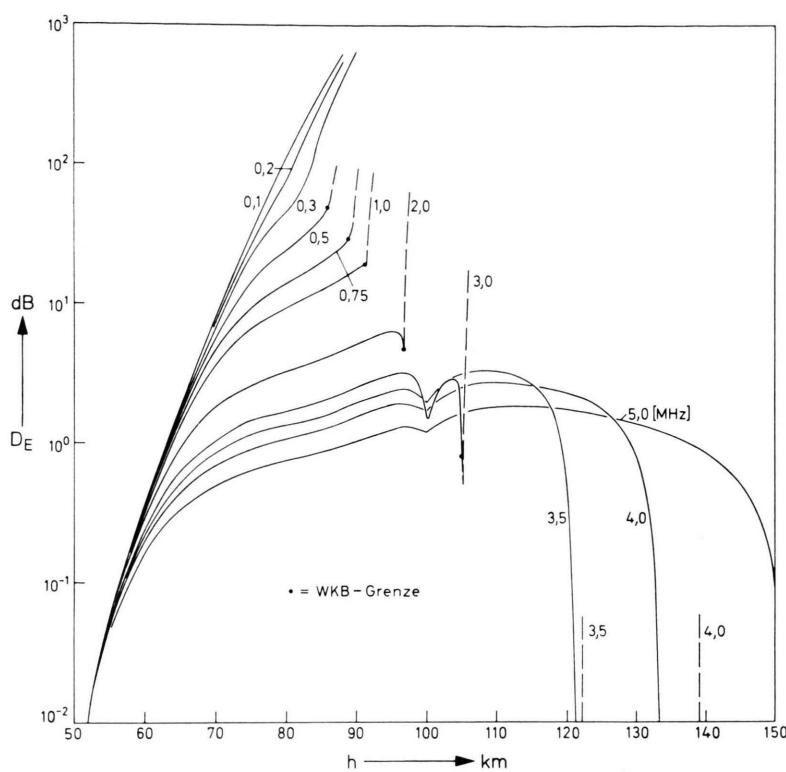


Abb. 9. Dämpfung der elektrischen Komponente einer ebenen Welle auf Grund der Absorption und des veränderlichen Brechungsindex der Ionsphäre. Parameter: Meßfrequenz und Höhe.

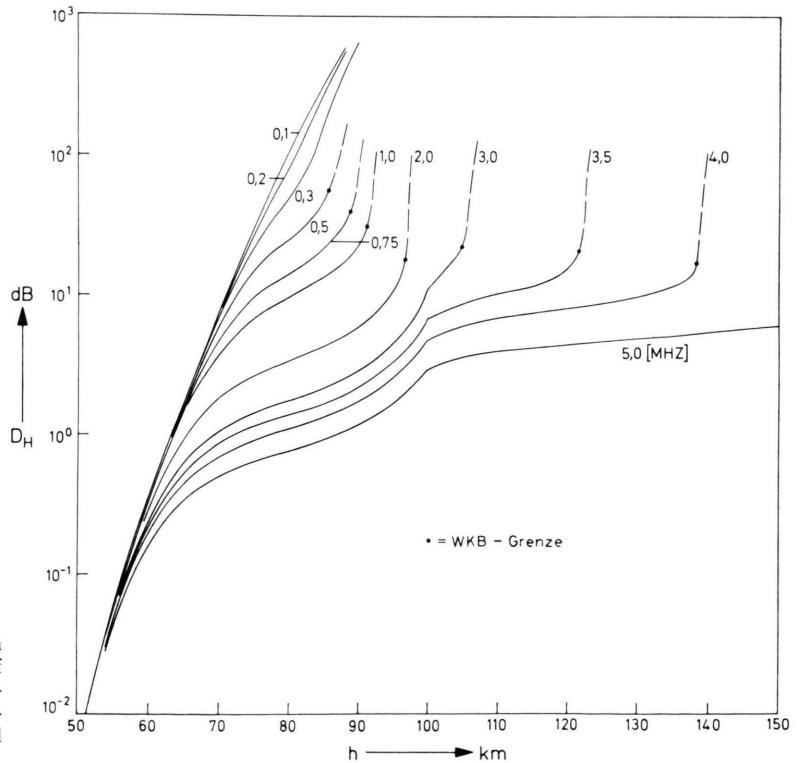


Abb. 10. Dämpfung der magnetischen Komponente einer ebenen Welle auf Grund der Absorption und des veränderlichen Brechungsindex der Ionsphäre. Parameter: Meßfrequenz und Höhe.

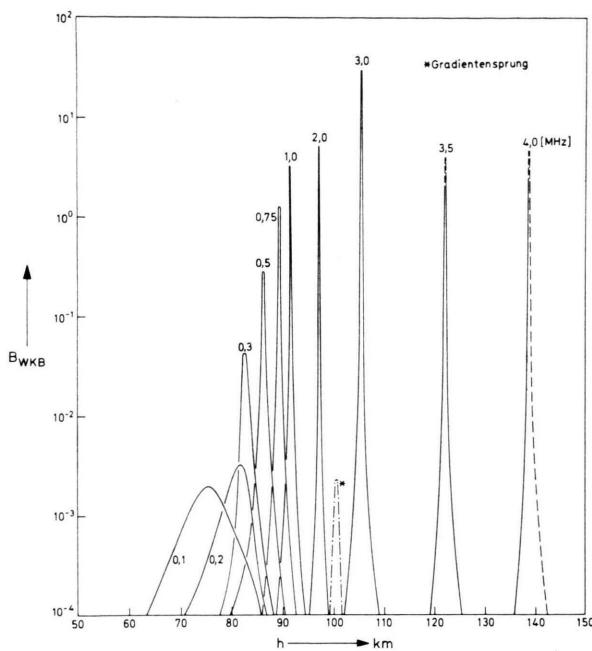


Abb. 11. Darstellung des Ausdrucks  $B_{WKB}$  als Funktion der Höhe und der Meßfrequenz.

wird. Für Höhen über 90 km (E- und F-Region) dürfte das Verfahren zur  $N_e$ -Bestimmung gut geeignet sein, während die  $\nu$ -Bestimmung problematisch wird.

### Zusammenfassung

Es wurde ein Verfahren beschrieben, das durch getrenntes Messen der  $E$ - und  $H$ -Komponente einer elektromagnetischen Welle und durch Vergleich der Amplituden und Phasen die Ermittlung des komplexen Brechungsindex eines Plasmas zuläßt. Bei Kenntnis des komplexen Brechungsindex ist man in der Lage, gleichzeitig Elektronenkonzentration und Elektronenstoßzahl des Mediums anzugeben.

Ein maßgeblicher experimenteller Parameter ist die Meßfrequenz. Ihre Wahl richtet sich nach der frequenzabhängigen Dämpfung im Plasma, nach den Genauigkeitsanforderungen und – bei einem örtlich veränderlichen Plasma – nach dem Gültigkeitsbereich der hierauf bezogenen Theorie (WKB-Lösung der Wellengleichung).

Nach Anwendung allgemeiner Betrachtungen auf ein Ionosphärenmodell (irdische Ionosphäre ohne Magnetfeld) lassen sich folgende Schlüsse ziehen: In einem der D-Region entsprechenden Höhenbereich ist eine gleichzeitige Bestimmung von Elektronenkonzentration und Elektronenstoßzahl mit Hilfe des beschriebenen Verfahrens gut möglich. Beim Übergang zu größeren Höhen wird die Bestimmung der (abnehmenden) Elektronenstoßzahl mehr und mehr erschwert, die Möglichkeiten zur Bestimmung der

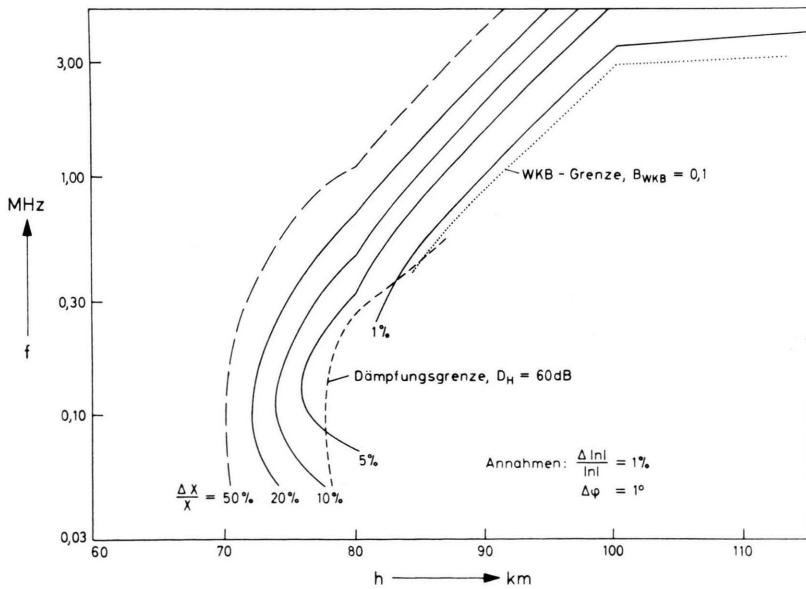
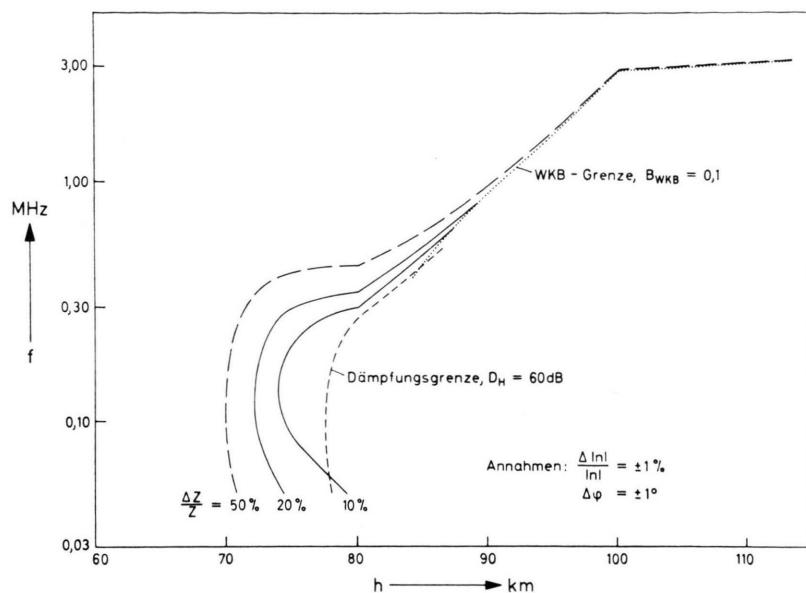


Abb. 12. Höhen- und Frequenzzuordnung für eine sinnvolle Bestimmung der Elektronenkonzentration.



(zunehmenden) Elektronenkonzentration scheinen sich zu verbessern.

Über die Anwendbarkeit des Verfahrens beim Vorliegen reflektierter Wellen wird in einer folgen-

den Arbeit<sup>4</sup> referiert. Die Einbeziehung des Magnetfeldes in die bisherigen Betrachtungen ist einer weiteren Arbeit vorbehalten.